ESCOLA SECUNDÁRIA SANTO ANDRÉ

5ª Prova Sumativa de Matemática B

– Curso C.H. Artes Visuais –

V_1

11º Ano Turma **G** 30 Abril 2008 Prof.ª: *Maria João Mendes Vieira*

Identifique claramente os itens a que responde.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta (excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, desenhos ou outras representações).

É interdito o uso de «esferográfica-lápis» e de corrector.

A prova inclui um formulário

Em todos os itens da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma única resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

• sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);

• sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;

• sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. Um joalheiro constatou que o peso dos 1300 diamantes que tem para venda segue uma distribuição aproximadamente normal, de valor médio 0,5 quilates.

1.1. Admitir que o joalheiro tem 30% de diamantes com peso superior a 0,6 quilates. Escolhido, aleatoriamente, um desses diamantes, qual é a probabilidade de ele ter um peso entre 0,4 e 0,5 quilates?

1.2. Supor agora que o desvio-padrão desta distribuição é igual a 0,2 quilates.
Recorrendo à calculadora, determinar:

1.2.1. a probabilidade de, escolhendo um diamante ao acaso, ele ter um peso compreendido entre 0,6 e 0,8 quilates.
Apresentar o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

1.2.2. quantos diamantes (aproximadamente) tem o joalheiro com peso inferior a 0,3 quilates. - *Nos cálculos intermédios utilizar 5 casas decimais.*-

2. O Gonçalo vai se preparar para os campeonatos e já tem um plano de treino para as flexões. Sabe-se que a sucessão (f_n) que dá o número de flexões diárias do Gonçalo após *n* semanas está definida por recorrência da seguinte forma:

$$\begin{cases} f_1 = 10 \\ f_{n+1} = f_n + 3 \quad , n > 1 \end{cases}.$$

2.1. Quantas flexões diárias irá o Gonçalo efectuar durante a quinta semana?

2.2. Justificar que $f_n = 3n + 7$.

2.3. Calcular o número total de flexões diárias que fará o Gonçalo durante as primeiras 40 semanas de treino.

3. Executivos da indústria de cruzeiros estimam que o número de passageiros de cruzeiros (em milhões) pode ser dado, aproximadamente, pela função definida por $p(t) = 12 \times a^t$, a >1 ; o valor de *t* = 0 corresponde ao início de 2007.

3.1. Considerar ***a* = 1,08**.

3.1.1. Segundo este modelo, qual foi o número de passageiros de cruzeiros no inicio do mês de Junho de 2000?
Apresentar o resultado em milhões de passageiros, arredondado às décimas.

3.1.2. Em que mês e de que ano está previsto haver 16 milhões de passageiros nos cruzeiros?
Se forem utilizados arredondamentos, nos cálculos intermédios, conservar, pelo menos, três casas decimais.

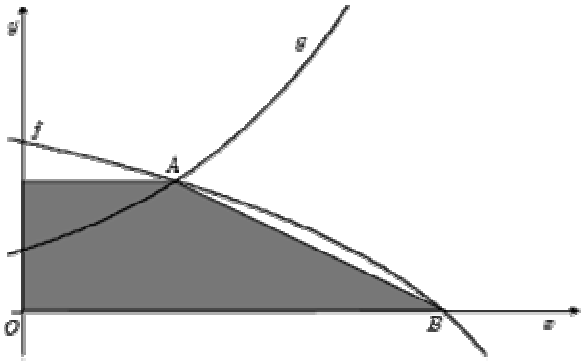
3.2. Supor que no inicio de 2022 se prevê que o número de passageiros de cruzeiros seja o dobro do que foi no inicio de 2007.
Nestas condições determinar o valor de ***a***, apresentando o resultado arredondado às centésimas.

4. A D. Joaquina tem uma fotografia aérea de um terreno que pretende vender e que tem a forma aproximada de um trapézio. Para tal é necessário calcular a sua área.

Representando o trapézio num referencial, descobriram-se duas funções que passam por alguns vértices do trapézio, conforme se apresentam na figura

$$f(x) = \ln(4 - x)$$

$$g(x) = 2^{x-1}$$



Determinar a <u>área</u> do terreno da D. Joaquina, justificando convenientemente todos os passos efectuados. Resultado arredondado às centésimas.

Se forem utilizados arredondamentos, nos cálculos intermédios, conservar, pelo menos, três casas decimais.

5. O nível de um som, medido em decibéis, é função da sua intensidade I, medida em Watts por metro quadrado, de acordo com a igualdade

$$N = 10\log(10^{12} I) \quad para \quad I > 0$$

Mostrar que $N = 120 + 10\log I \quad , I > 0$

6. A tabela seguinte representa a evolução do número de pessoas afectadas por uma determinada doença ao longo de 12 meses.

Tempo (meses)	1	2	4	6	9	12
Nº pessoas (milhares)	2,5	5,6	14,84	19,3	19,95	19,99

A doença considera-se controlada quando o número de pessoas afectadas estabilizar. Será que esta situação chegou a ocorrer?

Percorrer, sucessivamente, as seguintes etapas:

- Utilizar a calculadora gráfica para obter um modelo de crescimento logístico que descreva a evolução do número de doentes *(Resultados arredondados às unidades)*
- Apresentar uma representação gráfica para a evolução da doença.
- Indicar o número de pessoas inicialmente doentes
- Indicar o tempo que a doença demorou a atingir 19 milhares de pessoas
- Responder à questão formulada, justificando convenientemente, após a análise pormenorizada de todas as etapas.

Formulário

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Sector circular: $\frac{\alpha\, r^2}{2}$ $(\alpha - amplitude,$ $em\ radianos,\ do\ ângulo\ ao\ centro;\ \ r - raio)$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma

Prog. Aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Prog. Geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

COTAÇÕES

Questão	**1.1.**	**1.2.1.**	**1.2.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**2.3.**	**3.1.1.**	**3.1.2.**	**3.2.**	**4**	**5**	**6**
Cotação	12	6	10	10	12	15	15	20	20	24	15	41

Total : 200 pontos

ESCOLA SECUNDÁRIA SANTO ANDRÉ

5ª Prova Sumativa de Matemática B

– Curso C.H. Artes Visuais –

V_2

11º Ano Turma **G** 30 Abril 2008 Prof.ª: *Maria João Mendes Vieira*

Identifique claramente os itens a que responde.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta (excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, desenhos ou outras representações).

É interdito o uso de «esferográfica-lápis» e de corrector.

A prova inclui um formulário

Em todos os itens da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma única resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

• sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);

• sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;

• sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. Um joalheiro constatou que o peso dos 1200 diamantes que tem para venda segue uma distribuição aproximadamente normal, de valor médio 0,5 quilates.

1.1. Admitir que o joalheiro tem 20% de diamantes com peso inferior a 0,4 quilates. Escolhido, aleatoriamente, um desses diamantes, qual é a probabilidade de ele ter um peso entre 0,5 e 0,6 quilates?

1.2. Supor agora que o desvio-padrão desta distribuição é igual a 0,2 quilates.
Recorrendo à calculadora, determinar:

1.2.1. a probabilidade de, escolhendo um diamante ao acaso, ele ter um peso compreendido entre 0,7 e 0,9 quilates.
Apresentar o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

1.2.2. quantos diamantes (aproximadamente) tem o joalheiro com peso inferior a 0,3 quilates. - *Nos cálculos intermédios utilizar 5 casas decimais.*-

2. O Gonçalo vai se preparar para os campeonatos e já tem um plano de treino para as flexões. Sabe-se que a sucessão (f_n) que dá o número de flexões diárias do Gonçalo após n semanas está definida por recorrência da seguinte forma:

$$\begin{cases} f_1 = 12 \\ f_{n+1} = f_n + 2 \quad , n > 1 \end{cases}.$$

2.1. Quantas flexões diárias irá o Gonçalo efectuar durante a quinta semana?

2.2. Justificar que $f_n = 2n + 10$.

2.3. Calcular o número total de flexões diárias que fará o Gonçalo durante as primeiras 30 semanas de treino.

3. Executivos da indústria de cruzeiros estimam que o número de passageiros de cruzeiros (em milhões) pode ser dado, aproximadamente, pela função definida por $p(t) = 14 \times a^t$, a >1 ; o valor de t = 0 corresponde ao início de 2006.

3.1. Considerar ***a* = 1,06**.

3.1.1. Segundo este modelo, qual foi o número de passageiros de cruzeiros no inicio do mês de Junho de 1999?
Apresentar o resultado em milhões de passageiros, arredondado às décimas.

3.1.2. Em que mês e de que ano está previsto haver 16 milhões de passageiros nos cruzeiros?
Se forem utilizados arredondamentos, nos cálculos intermédios, conservar, pelo menos, três casas decimais.

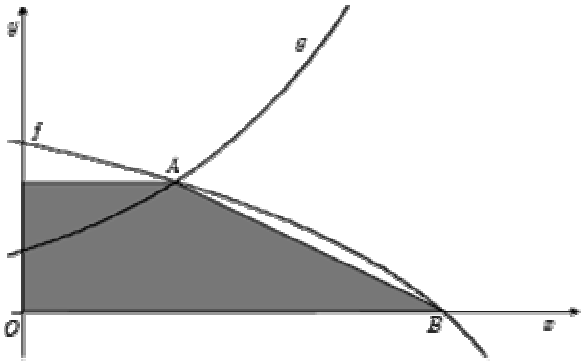
3.2. Supor que no inicio de 2020 se prevê que o número de passageiros de cruzeiros seja o dobro do que foi no inicio de 2006.
Nestas condições determinar o valor de ***a***, apresentando o resultado arredondado às centésimas.

4. A D. Joaquina tem uma fotografia aérea de um terreno que pretende vender e que tem a forma aproximada de um trapézio. Para tal é necessário calcular a sua área.

Representando o trapézio num referencial, descobriram-se duas funções que passam por alguns vértices do trapézio, conforme se apresentam na figura

$f(x) = \ln(3 - x)$

$g(x) = 3^{x-1}$



Determinar a <u>área</u> do terreno da D. Joaquina, justificando convenientemente todos os passos efectuados. Resultado arredondado às centésimas.

Se forem utilizados arredondamentos, nos cálculos intermédios, conservar, pelo menos, três casas decimais.

5. O nível de um som, medido em decibéis, é função da sua intensidade I, medida em Watts por metro quadrado, de acordo com a igualdade

$$N = 10\log(10^{12} I) \quad para \quad I > 0$$

Mostrar que $N = 120 + 10\log I \quad , I > 0$

6. A tabela seguinte representa a evolução do número de pessoas afectadas por uma determinada doença ao longo de 12 meses.

Tempo (meses)	1	2	4	5	9	12
Nº pessoas (milhares)	2,5	5,6	14,84	17,73	19,92	19,99

A doença considera-se controlada quando o número de pessoas afectadas estabilizar. Será que esta situação chegou a ocorrer?

Percorrer, sucessivamente, as seguintes etapas:

- Utilizar a calculadora gráfica para obter um modelo de crescimento logístico que descreva a evolução do número de doentes *(Resultados arredondados às unidades)*
- Apresentar uma representação gráfica para a evolução da doença.
- Indicar o número de pessoas inicialmente doentes
- Indicar o tempo que a doença demorou a atingir 19 milhares de pessoas
- Responder à questão formulada, justificando convenientemente, após a análise pormenorizada de todas as etapas.

Formulário

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Sector circular: $\frac{\alpha\, r^2}{2}$ $(\alpha - amplitude,$ $em\ radianos,\ do\ ângulo\ ao\ centro;\ \ r - raio)$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma

Prog. Aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Prog. Geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

COTAÇÕES

Questão	**1.1.**	**1.2.1.**	**1.2.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**2.3.**	**3.1.1.**	**3.1.2.**	**3.2.**	**4**	**5**	**6**
Cotação	12	6	10	10	12	15	15	20	20	24	15	41

Total: 200 pontos