Escola Secundária Santo André

Matemática – 11º ano Curso Cientifico Humanístico de Artes Visuais – turma G

Janeiro de 2008

Relatório: Actividade de Investigação

- Sucessões de Fibonacci -

Realizado por: Francisco Pires; Frederico Vicente; Sara Silva,; Vanda Mascarenhas.

Escola Secundária Santo André

Matemática – 11º ano Curso Cientifico Humanístico de Artes Visuais – turma G

Janeiro de 2008

Relatório: Actividade de Investigação

- Sucessões de Fibonacci -

Realizado por: Francisco Pires; Frederico Vicente; Sara Silva,; Vanda Mascarenhas.

Orientado por: Mª João Vieira.

Com a colaboração de: Mª Helena Ganhão

Relatório: actividade de investigação
- Sucessões de Fibonacci – (Tarefas 1, 2 e 3)

Actividade de investigação - Sucessões de Fibonacci

Tarefa 1 – Actividades de Interpretação matemática do real

Partindo do problema inicial formulado por Fibonacci:

"Um homem colocou um par de coelhos num local cercado por todos os lados por uma parede. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir desse par ao fim de um ano, sabendo que, por mês, cada par gera um novo par, que se torna produtivo no segundo mês de vida?"

Considerado que não ocorrem mortes, responder às seguintes questões:

1. Começando com o casal de coelhos jovem, quantos se obtêm quando esse casal atingir os 10 meses de vida?

Resolução:

Meses	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Coelhos	1	1	2	3	5	8
Meses	7º	8º	9º	10º	11º	12º
Coelhos (pares)	13	21	34	55	89	144

Observando os dados da tabela, apresentada na folha de enunciado da actividade de investigação, através de um pequeno esquema de coelhos, conclui-se que o número seguinte, nesta sucessão, é sempre proveniente da soma dos dois anteriores.

1+1=**2**; 2+3=**5**; 5+3=**8**

Sendo assim, para determinar o número de coelhos em cada mês nos restantes meses, até 1 ano, basta, pura e simplesmente proceder às somas, sempre dos dois números anteriores para obter o seguinte.

8+5=**13**; 13+21=**34**; 34+21=**55**...

2. E ao fim dum ano?

Seguindo o raciocínio da questão anterior tem-se que:

Meses	…	10º	11º	12º
Coelhos (pares)	…	55	89	144

3. Procura determinar a expressão matemática que possibilite calcular o número de casais obtidos no final do enésimo mês.

Tendo em conta as questões anteriores, percebe-se que, para determinar um valor da sequência basta, então adicionar os dois anteriores logo:

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 1 \\ u_3 = 2 \end{cases}$$

$\mathbf{u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \quad n \geq 2}$

4. A sucessão que traduz o fenómeno da reprodução de coelhos segundo os condicionalismos impostos por Fibonacci que no enunciado do problema constatámos, tem o nome de sucessão de Fibonacci, em sua honra. Procurem então calcular os primeiros 15 termos da sucessão de Fibonacci.

$\mathbf{u_1 = u_{n-1} + u_{n-2} \quad n \geq 2}$

$u_{13} = u_{12} + u_{11} = 144+89=233$

$u_{14} = u_{13} + u_{12} = 233+144=277$

$u_{15} = u_{14} + u_{13} = 277+233=610$

Actividade de investigação - Sucessões de Fibonacci

Tarefa 2 – Actividades de natureza matemática – A sucessão dos quocientes entre números consecutivos de Fibonacci

1. Calcula o quociente entre alguns números consecutivos de Fibonacci

Ao calcularmos a razão entre os números desta sequência, apercebemo-nos k se vão aproximando, todos, do número PHi, o número de ouro, a proporção dourada.

144÷89=1,618; 89÷55=1,618; etc.

2. Será que esta sucessão tem limite?

Não, visto que como já foi referido, para calcularmos o termo seguinte temos que ter em conta, sempre, os dois anteriores, logo esta sucessão d existira enquanto houverem números, ou seja é infinita.

1. O que significa, em termos do "problema dos coelhos", afirmar que o quociente entre dois termos consecutivos de Fibonacci é aproximadamente 1,60?

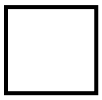
Significa que, ao dividirmos o número de coelhos resultantes, pelos anteriores, obteremos este valor, isto é PHI, o que significa que o número de coelhos é proporcional, sendo fiel á proporção de ouro, ou seja aumenta segundo uma lógica, a razão da natureza, a perfeição.

Actividade de investigação - Sucessões de Fibonacci

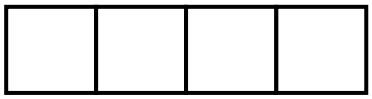
Tarefa 3 – Actividade exploratória – Sucessão com fósforos

1. Constrói uma sucessão com fósforos.

Quadrados de fósforos, com 4 lados:



Sucessão dos mesmos com um lado em comum:



2. Investiga e define matematicamente essa construção.

$$\begin{cases} q_1 = 4 \\ q_1 = q_{n-1} + 3 \quad n \geq 2 \end{cases}$$

Para determinar o número de fósforos do quadrado seguinte ao primeiro ou a outro qualquer, basta, tal como em Fibonacci, determinar o número de lados dos anteriores e somar 3, visto k tem um em comum.

Actividade de investigação - Sucessões de Fibonacci

Conclusão: conclusões, auto apreciação.

Em suma, através desta actividade de investigação, foi possível determinar as características da sucessão de números mais importante e carismática da história da matemática, a de Fibonacci. Através das suas propriedades, ou seja, o quociente entre os números da sequência, descobrimos e percebemos, de forma simples, a aplicação do famoso número de ouro, da proporção divina, na realidade. Para além disso, através desta sucessão de números, foi-nos proporcionada a possibilidade de perceber como funciona uma sequência deste género, podendo com esta, as suas características serem transmutadas para todas as outras.

Por outro lado, depois de uma breve introdução as sucessões, dando-nos percepção do tema, e conhecimento/ cultura matemática (actividades 1e 2), na actividade 3 foi-nos dada a oportunidade e a hipótese de aplicar todos os acontecimentos apreendidos ate então, com a criação da nossa própria sucessão, consolidando, desta forma, tudo o que assimilámos, a matéria: **sucessões de números**.

No que diz respeito, a todos os outros aspectos inerentes ao trabalho, não sentimos grande dificuldade no desbravamento dos problemas e das questões colocadas, sendo que as resolvemos e superámos. No funcionamento em grupo, resultou, não tivemos qualquer problema de relacionalmente uns com os outros. Sendo assim, por todos estes motivos, a autoavaliação, proposta, por nós grupo, para a actividade é positiva em que num contexto qualitativo será de bom, e num quantitativo será de 17 valores.