PROPOSTA DE CORRECÇÃO DO 4º TESTE DE MATEMÁTICA B – V1 – 11º G 05 Março 2008

1.

1.1.1. 5%+7% = 12 % **1.1.2.** 11%+17%+19% = 47% **1.1.3.** 11%+5% = 16 %

1.2.

1.2.1. **a)** $P(X>15,5)=0,5-P(14\le X\le 15,5)=0,5-0,27337=0,22663$

b) $P(12,25\le X\le 15,33)=0,556$

1.2.2. $P(X>16)=0,5-P(14\le X\le 16)=0,5-0,3413=0,1587$

$0,1587\times 120$ Estima-se que a Joana chegou atrasada 19 dias, tendo por isso 19 faltas ao 1º tempo.

2.

2.1. $Y\in\{0,1,2\}$

2.2.

$Y=y_i$	0	1	2
$P(Y=y_i)$	$\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$	$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times 2=\frac{3}{5}$	$\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

2.3. $\mu=0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{5}=1$ Tira-se em média 1 pastilha de canela do saco.

3.

3.1. a_n = 1,8 + 9,6 n 1,8 + 9,6 n = 50 ⇔ 9,6 n = 48,2 ⇔ n = 5,0208(3) $\notin\mathbb{N}$

Não é possível construir uma torre com 5 cm de altura.

3.2. $1,8+9,6n>1500\Leftrightarrow 9,6n>1498,2\Leftrightarrow n>156,0625$

São necessárias no mínimo 157 peças.

3.3. A altura total de uma torre com uma peça é 11,4 mm (a_1)

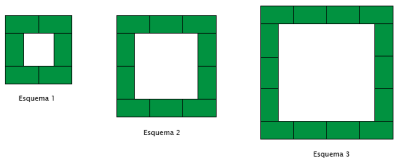
A altura total de uma torre com duas peças é 21 mm (a_2)

h = a_2 - a_1 = 9,6 mm (razão)

h = diferença de alturas entre as duas torres independentemente dos encaixes

4.

4.1. 6 10 14 18 22 26 …



Serão necessárias 22 peças

4.2. Progressão aritmética b_1 = 6 r = 4

$$b_n=b_1+(n-1)r=6+(n-1).4=4n+2\,,\forall n\in\mathbb{N}$$

4.3. $b_n=110\Leftrightarrow$

$4n+2=110\Leftrightarrow 4n=108\Leftrightarrow n=27$

Sim, consegue construir uma base quadrada com 110 peças (27º termo da sucessão)

4.4. $S_6 = \frac{b_1 + b_6}{2} \times 6 = \frac{6+26}{2} \times 6 = 96$

Foram necessárias 96 peças para a construção das bases dos castelos.

5.

5.1. Considerando a folha de formato A0 e supondo que tem área a_0, então a folha de formato A_1 terá área $a_1 = \frac{a_0}{2}$.

A folha de formato A2 terá área $a_2 = \frac{a_1}{2}$ e assim sucessivamente.

Logo $\frac{a_1}{a_0} = \frac{1}{2}$; $\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2}$; ... A razão entre as áreas de dois formatos consecutivos é 0,5.

5.2. $a_4 = a_0 \times 0,5^4 \quad ou \quad a_4 = \frac{a_0}{2^4} \Leftrightarrow a_4 = \frac{a_0}{16} \quad ou \quad a_0 = 16a_4$

5.3.

5.3.1. $\begin{cases} u_1 = 999949 \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{2}, n \geq 2 \end{cases}$ $\left(u_1 = 841 \times 1189\right)$

Logo, $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{1}{2}$ pelo que se trata de uma p.g. de razão 0,5.

5.3.2. $u_n = 999949 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}$

5.4. $S_5 = 999949 \times \frac{1-0,5^5}{1-0,5} = 999949 \times \frac{0,96875}{0,5} = 1937401,188 mm^2$

O João dispõe de aproximadamente 1,94 m^2 de papel.

FIM

PROPOSTA DE CORRECÇÃO DO 4º TESTE DE MATEMÁTICA B – V2 – 11º G 05 Março 2008

1.

1.1.1. 5%+7% + 11% = 23 % **1.1.2.** 17%+19% = 36% **1.1.3.** 15%+11%+5% = 31 %

1.2.

1.2.1. **a)** $P(X > 15,5) = 0,5 - P(14 \leq X \leq 15,5) = 0,5 - 0,27337 = 0,22663$

b) $P(12,33 \leq X \leq 15,25) = 0,532$

1.2.2. $P(X > 15) = 0,5 - P(14 \leq X \leq 15) = 0,5 - 0,19146 = 0,30854$

$0,30854 \times 110 = 33,9$ Estima-se que a Joana chegou atrasada 37 dias, tendo por isso 33 faltas ao 1º tempo.

2.

2.1. $Y \in \{0,1,2\}$

2.2.

$Y=y_i$	0	1	2
$P(Y=y_i)$	$\frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$	$\frac{2}{6} \times \frac{4}{5} \times 2 = \frac{8}{15}$	$\frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

2.3. $\mu = 0 \times \frac{2}{5} + 1 \times \frac{8}{15} + 2 \times \frac{1}{15} = \frac{2}{3} = 0,6(6)$

3.

3.1. $a_n = 1,8 + 9,6\,n$ $1,8 + 9,6\,n = 40 \Leftrightarrow 9,6\,n = 38,2 \Leftrightarrow n = 3,97916(6) \notin \mathbb{N}$

Não é possível construir uma torre com 5 cm de altura.

3.2. $1,8 + 9,6n > 2000 \Leftrightarrow 9,6n > 1998,2 \Leftrightarrow n > 208,1458(3)$

São necessárias no mínimo 209 peças.

3.3. A altura total de uma torre com uma peça é 11,4 mm (a_1)

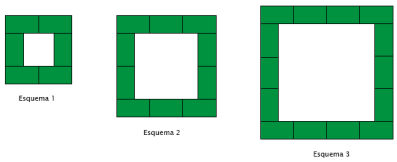
A altura total de uma torre com duas peças é 21 mm (a_2)

$h = a_2 - a_1 = 9,6$ mm (razão)

h = diferença de alturas entre as duas torres independentemente dos encaixes

4.

4.1. 6 10 14 18 22 26 ...



Serão necessárias 26 peças

4.2. Progressão aritmética $b_1 = 6$ $r = 4$

$b_n = b_1 + (n-1)r = 6 + (n-1).4 = 4n + 2\,, \forall n \in \mathbb{N}$

4.3. $b_n = 118 \Leftrightarrow$

$4n + 2 = 118 \Leftrightarrow 4n = 116 \Leftrightarrow n = 29$

Sim, consegue construir uma base quadrada com 118 peças (29º termo da sucessão)

4.4. $S_7 = \frac{b_1 + b_7}{2} \times 6 = \frac{6+30}{2} \times 7 = 126$

Foram necessárias 126 peças para a construção das bases dos castelos.

5.

5.1. Considerando a folha de formato A0 e supondo que tem área a_0, então a folha de formato A_1 terá área $a_1 = \frac{a_0}{2}$.

A folha de formato A2 terá área $a_2 = \frac{a_1}{2}$ e assim sucessivamente.

Logo $\frac{a_1}{a_0} = \frac{1}{2}$; $\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2}$; ... A razão entre as áreas de dois formatos consecutivos é 0,5.

5.2. $a_3 = a_0 \times 0,5^3 \quad ou \quad a_3 = \frac{a_0}{2^3} \Leftrightarrow a_3 = \frac{a_0}{8} \quad ou \quad a_0 = 8a_3$

5.3.

5.3.1. $\begin{cases} u_1 = 999949 \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{2}, n \geq 2 \end{cases}$ $\left(u_1 = 841 \times 1189\right)$

Logo, $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{1}{2}$ pelo que se trata de uma p.g. de razão 0,5.

5.3.2. $u_n = 999949 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}$

5.4. $S_4 = 999949 \times \frac{1-0,5^4}{1-0,5} = 999949 \times \frac{0,9375}{0,5} = 1874904,375 mm^2$

O João dispõe de aproximadamente 1,87 m^2 de papel.

FIM