1.

1.1 $P(X>0,5)=0,5 \quad \wedge \quad P(X>0,6)=0,3$

$Logo \quad P(0,5<X<0,6)=P(0,4<X<0,5)=0,5-0,3=0,2 \rightarrow 20\%$

1.2.

1.2.1. $P(0,6<X<0,8)=0,24$

1.2.2. $P(X<0,3)=0,15245$

$0,15245\times 1300 \simeq 198$

O joalheiro tem 198 diamantes com peso inferior a 0,3 quilates.

2.

2.1. $f_1=10$

$f_2=10+3=13$

$f_3=13+3=16$

$f_4=16+3=19$

$f_5=19+3=22$

O Gonçalo irá fazer 21 flexões durante a 5ª semana.

2.2. Como $f_{n+1}=f_n+3$, então $f_{n+1}-f_n=3$ o que significa que f_n é uma P.A. de razão 3.

Logo,

$f_n=f_1+(n-1)r \Leftrightarrow f_n=10+(n-1)\times 3 \Leftrightarrow f_n=10+3n-3 \Leftrightarrow f_n=3n+7$

2.3. $S_{40}=\dfrac{f_1+f_{40}}{2}\times 40=\dfrac{10+127}{2}\times 40=2740$

Durante as primeiras 40 semanas de treino o Gonçalo fará 2740 flexões.

3.

3.1.1.

T=0	2007
T= -1	2006
T = -2	2005
T = -3	2004
T = -4	2003
T = -5	2002
T = -6	2001
T = -7	2000

$\longrightarrow$ Em Junho de 2000, t = - 6,5

Assim, $p(-6,5)=12\times 1,08^{-6,5}=7,3$

No início do mês de Junho de 2000 existiam 7,3 milhões de passageiros.

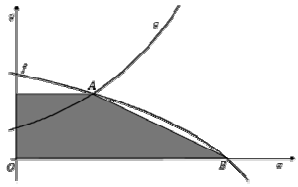
3.1.2. $p(t)=16 \Leftrightarrow 12\times 1,08^t=16 \Leftrightarrow 1,08^t=\dfrac{4}{3} \Leftrightarrow t=\log_{1,08}\left(\dfrac{4}{3}\right)$

$$t=\frac{\log\left(\frac{4}{3}\right)}{\log 1,08}=3,738$$

Está previsto existirem 16 milhões de passageiros em Setembro ($0,738\times 12 \simeq 9$) de 2010 (2007+3)

3.2. 2022-2007= 15 anos

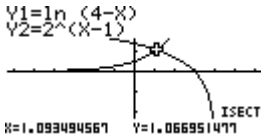
$$p(15) = 2 \times p(0) \Leftrightarrow$$
$$12 \times a^{15} = 2 \times (12 \times a^0) \Leftrightarrow$$
$$12 \times a^{15} = 24 \Leftrightarrow$$
$$a^{15} = 2 \Leftrightarrow$$
$$a = \sqrt[15]{2} \simeq 1,05$$



4. $A_{trapezio} = \dfrac{\overline{OB} + x_A}{2} \times y_A$

B é zero da função f, logo $\ln(4-x) = 0 \Leftrightarrow 4 - x = 1 \Leftrightarrow x = 3$

A é o ponto de intersecção das duas funções $A(1,093;1,067)$

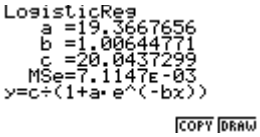


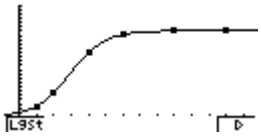
Assim $A_{terreno} = \dfrac{3 + 1,093}{2} \times 1,067 = 2,18$

5.

$$N = 10\log(10^{12} I) = 10\left[\log 10^{12} + \log I\right] = 10\left[12 + \log I\right] = 120 + 10\log I$$

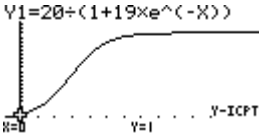
6.



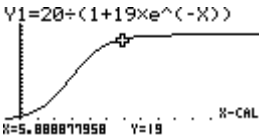


Modelo Logístico $y = \dfrac{20}{1 + 19.e^{-x}}$

$$y_0 = \frac{20}{1 + 19.e^{-0}} = \frac{20}{1 + 19} = 1$$



$$y = 19 \Leftrightarrow \frac{20}{1 + 19.e^{-x}} = 19 \Leftrightarrow x \simeq 5,89$$



Inicialmente estavam doentes 1000 pessoas, número que aumenta com o passar do tempo, demorando aproximadamente 6 meses a atingir 19 000 pessoas. No entanto constata-se que esse número tende a estabilizar nos 20 000 (uma vez que y = 20 000 é A.H do gráfico da função)

FIM

1.

1.1 $P(X<0,5)=0,5 \quad \wedge \quad P(X<0,4)=0,2$

$Logo \quad P(0,4<X<0,5)=P(0,5<X<0,6)=0,5-0,2=0,3 \rightarrow 30\%$

1.2.

1.2.1. $P(0,7<X<0,9)=0,14$

1.2.2. $P(X<0,3)=0,15245$

$0,15245\times 1200 \simeq 182$

O joalheiro tem 182 diamantes com peso inferior a 0,3 quilates.

2.

2.1. $f_1=12$

$f_2=12+2=14$

$f_3=14+2=16$

$f_4=16+2=18$

$f_5=18+2=20$

O Gonçalo irá fazer 20 flexões durante a 5ª semana.

2.2. Como $f_{n+1}=f_n+2$, então $f_{n+1}-f_n=2$ o que significa que f_n é uma P.A. de razão 2.

Logo,

$f_n=f_1+(n-1)r \Leftrightarrow f_n=12+(n-1)\times 2 \Leftrightarrow f_n=12+2n-2 \Leftrightarrow f_n=2n+10$

2.3. $S_{30}=\dfrac{f_1+f_{30}}{2}\times 40=\dfrac{12+70}{2}\times 30=1230$

Durante as primeiras 30 semanas de treino o Gonçalo fará 1230 flexões.

3.

3.1.1.

T=0	2006
T= -1	2005
T = -2	2004
T = -3	2003
T = -4	2002
T = -5	2001
T = -6	2000
T = -7	1999

$\longrightarrow$ Em Junho de 1999, t = - 6,5

Assim, $p(-6,5)=14\times 1,06^{-6,5}=9,6$

No início do mês de Junho de 1999 existiam 9,6 milhões de passageiros.

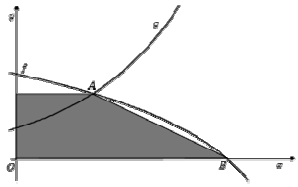
3.1.2. $p(t)=16 \Leftrightarrow 14\times 1,06^t=16 \Leftrightarrow 1,06^t=\dfrac{8}{7} \Leftrightarrow t=\log_{1,06}\left(\dfrac{8}{7}\right)$

$$t=\frac{\log\left(\frac{8}{7}\right)}{\log 1,06}=2,292$$

Está previsto existirem 16 milhões de passageiros em Abril ($0,292\times 12 \simeq 4$) de 2008 (2006+2)

3.3. 2020-2006= 14 anos

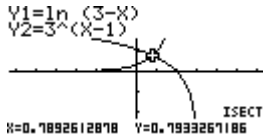
$$p(14) = 2\times p(0) \Leftrightarrow$$
$$14\times a^{14} = 2\times(14\times a^{0}) \Leftrightarrow$$
$$14\times a^{14} = 28 \Leftrightarrow$$
$$a^{14} = 2 \Leftrightarrow$$
$$a = \sqrt[14]{2} \simeq 1{,}05$$



4. $A_{trapezio} = \dfrac{\overline{OB} + x_A}{2} \times y_A$

B é zero da função f, logo $\ln(3-x) = 0 \Leftrightarrow 3 - x = 1 \Leftrightarrow x = 2$

A é o ponto de intersecção das duas funções $A(0{,}789\,;\,0{,}793)$

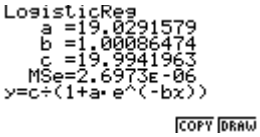


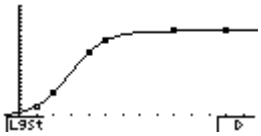
Assim $A_{terreno} = \dfrac{2 + 0{,}789}{2} \times 0{,}793 = 1{,}11$

5.

$$N = 10\log(10^{12} I) = 10\left[\log 10^{12} + \log I\right] = 10\left[12 + \log I\right] = 120 + 10\log I$$

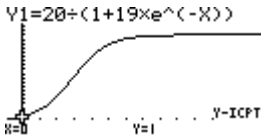
6.



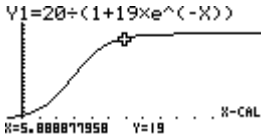


Modelo Logístico $y = \dfrac{20}{1 + 19.e^{-x}}$

$$y_0 = \frac{20}{1 + 19.e^{-0}} = \frac{20}{1 + 19} = 1$$



$$y = 19 \Leftrightarrow \frac{20}{1 + 19.e^{-x}} = 19 \Leftrightarrow x \simeq 5{,}89$$



Inicialmente estavam doentes 1000 pessoas, número que aumenta com o passar do tempo, demorando aproximadamente 6 meses a atingir 19 000 pessoas. No entanto constata-se que esse número tende a estabilizar nos 20 000 (uma vez que y = 20 000 é A.H. do gráfico da função)

FIM