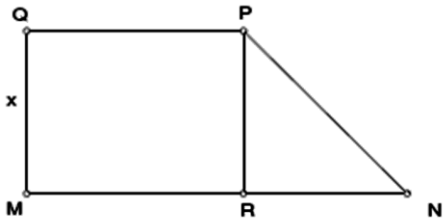
PROPOSTA DE CORRECÇÃO DO 6º TESTE DE MATEMÁTICA B – 11º G 03 Junho 2008 **V1**

1.



$\overline{QM} = \overline{PR} = x$

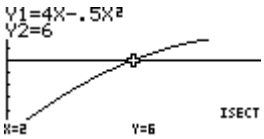
Como o ângulo *que o lado [PN] faz com [MN] é 45º*
então o triângulo [PRN] é isósceles pelo que $\overline{QM} = \overline{PR} = \overline{RN} = x$

$$f(x) = A_{trap\,ézio} = \frac{\overline{MN} + \overline{PQ}}{2} \times \overline{QM}$$

Assim,

$$f(x) = \frac{4 + (4 - x)}{2} \times x = \frac{8 - x}{2} \times x = \frac{8x - x^2}{2} = 4x - \frac{1}{2}x^2$$

$f(x) = 6$



O trapézio deve ter de altura e de base menor, 2 m.

2.

2.1. Espaço de resultados:

B1/B2	10	20	30	40
10		30	40	50
20	30		50	60
30	40	50		70
40	50	60	70	

Modelo de probabilidade

X=xi	30	40	50	60	70
P(X=xi)	$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$	$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$	$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$	$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

2.2. As somas múltiplos de 3 são o 30 e o 60. Logo $p(soma\ \dot{3}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Logo a probabilidade de não ser múltiplo de 3 é $p = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Como $\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$, a Joana tem razão, logo vai ganhar a aposta ao Afonso.

3.

<u>Dados do problema</u>:

	Espaço refrigerado	Espaço não refrigerado	Combustível
Barco A (x)	20	30	1100
Barco B (y)	20	10	750

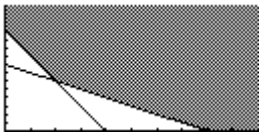
Restrições:

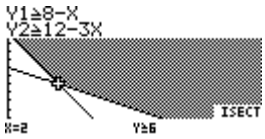
O cliente quer no mínimo 160 m^3 de espaço refrigerado logo 20x+20y ≥ 160

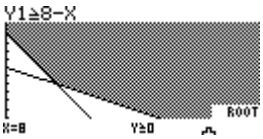
O cliente quer no mínimo 120 m^3 de espaço não refrigerado logo 30x+10y ≥ 120

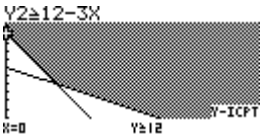
Os barcos são valores não negativos logo x ≥ 0 ∧ y ≥ 0

$$\begin{cases} y \geq \frac{160-20x}{20} \\ y \geq \frac{120-30x}{10} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} y \geq 8-x \\ y \geq 12-3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Região admissível: 







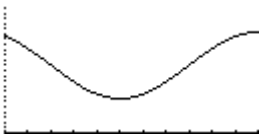
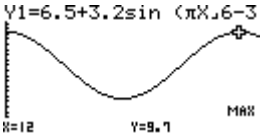
Função objectivo: F = 1100x+750y

(2; 6) F = 1100×2+750×6 = 6700
(8; 0) F = 1100×8+750×0 = 8800
(0; 12) F = 1100×0+750×12 = 9000

Para que o consumo de combustível seja mínimo deverão ser utilizados 2 barcos do tipo A e 6 barcos do tipo B.

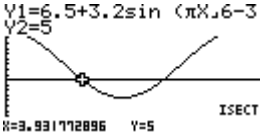
4. $L(t) = 6{,}5 + 3{,}2sen\left(\frac{\pi t}{6} - \frac{3\pi}{2}\right)$

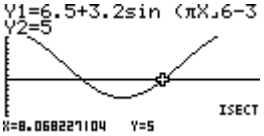
4.1.
O número máximo de livros vendidos corresponde ao máximo da função

Logo venderam-se no máximo 9 700 livros.

4.2. $L(t) < 5$





$L(t) < 5 \leftrightarrow t \in [3; 8]$

Venderam-se menos de 5000 livros nos meses de Março, Abril, Maio, Junho, Julho e Agosto.

5.

5.1. 1º ano 1000 + 1000×0,0144 = 1014,4

2º ano 1014,4 + 1014,4 ×0,0144 = 1029,00736

3º ano 1029,00736 + 1029,00736×0,0144 = 1043,825066

5.2. 1º ano 1000 + 1000×0,0144 = 1000×(1+0,0144) = 1000×(1,0144)

2º ano 1000×(1,0144)+ 1000×(1,0144)×0,0144 = $1000\times(1{,}0144)^2$

…

n –ésimo ano $1000\times(1{,}0144)^n$

Logo a razão da p.g. é r = $\frac{1000\times(1{,}0144)2}{1000\times(1{,}0144)} = 1{,}0144$

5.3. José 1º ano 1000 + 50 = 1050

2º ano 1000 + 50 + 50 = 1100

…

10º ano 1000 + 10×50 = 1500

$b_n = 1000 + 50n$

João $1000\times(1{,}0144)^{10} = 1153{,}698706$

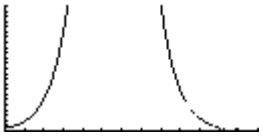
Quem tem mais capital ao fim de 10 anos é o José.

6.

6.1. $V(5) = \frac{200}{1+850e^{-1,2\times5}} = 64$ Venderam-se 64 000 revistas, no mês de Maio.

6.2. Não. Porque y = 200 é uma assímptota horizontal da função o que significa que as vendas não chegam aos 200 000 exemplares.

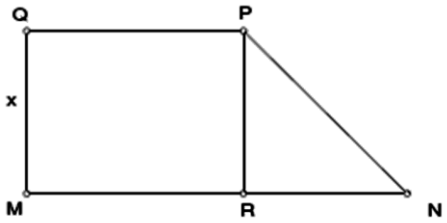
6.3.



A afirmação é falsa. Como a derivada da função é sempre positiva então a função v é estritamente crescente o que significa que não houve decréscimo nas vendas, apenas tendem a estabilizar.

PROPOSTA DE CORRECÇÃO DO 6º TESTE DE MATEMÁTICA B – 11º G 03 Junho 2008 **V2**

1.



$\overline{QM} = \overline{PR} = x$

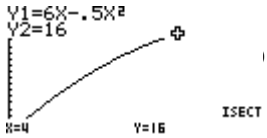
Como o ângulo *que o lado [PN] faz com [MN] é 45º*
então o triângulo [PRN] é isósceles pelo que $\overline{QM} = \overline{PR} = \overline{RN} = x$

$$f(x) = A_{trap\,ézio} = \frac{\overline{MN} + \overline{PQ}}{2} \times \overline{QM}$$

Assim,

$$f(x) = \frac{6 + (6 - x)}{2} \times x = \frac{12 - x}{2} \times x = \frac{12x - x^2}{2} = 6x - \frac{1}{2}x^2$$

$f(x) = 16$



trapézio deve ter de altura 4 m e de base menor 2 m.

2.

2.1. Espaço de resultados:

B1/B2	10	20	30	50
10	20	30	40	50
20	30	40	50	60
30	40	50	60	70
50	60	70	80	100

Modelo de probabilidade

X=xi	20	30	40	50	60	70	80	100
P(X=xi)	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

2.2. As somas múltiplos de 3 são o 30 e o 60. Logo $p(soma\ \dot{3}) = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16}$

Logo a probabilidade de não ser múltiplo de 3 é $p = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$.

Como $\frac{11}{16} > \frac{5}{16}$, a Joana tem razão, logo vai ganhar a aposta ao Afonso.

3.

<u>Dados do problema</u>:

	Espaço refrigerado	Espaço não refrigerado	Combustível
Barco A (x)	20	30	1100
Barco B (y)	20	10	750

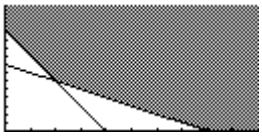
Restrições:

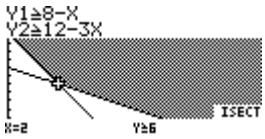
O cliente quer no mínimo 160 m^3 de espaço refrigerado logo $20x+20y \geq 160$

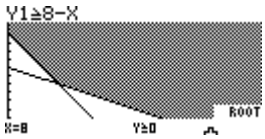
O cliente quer no mínimo 120 m^3 de espaço não refrigerado logo $30x+10y \geq 120$

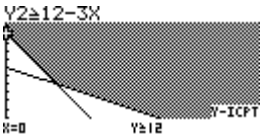
Os barcos são valores não negativos logo $x \geq 0 \wedge y \geq 0$

$$\begin{cases} y \geq \frac{160-20x}{20} \\ y \leq \frac{120-30x}{10} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} y \geq 8-x \\ y \leq 12-3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Região admissível: 







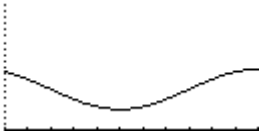
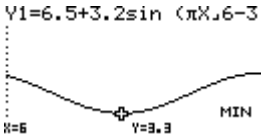
Função objectivo: F = 1100x+750y

(2; 6) F = 1100×2+750×6 = 6700
(8; 0) F = 1100×8+750×0 = 8800
(0; 12) F = 1100×0+750×12 = 9000

Para que o consumo de combustível seja mínimo deverão ser utilizados 2 barcos do tipo A e 6 barcos do tipo B.

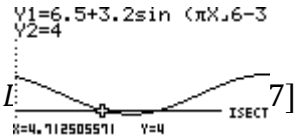
4. $L(t) = 6{,}5 + 3{,}2sen\left(\frac{\pi t}{6} - \frac{3\pi}{2}\right)$

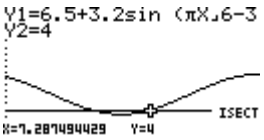
4.1.
O número máximo de livros vendidos corresponde ao máximo da função

Logo venderam-se no mínimo 3 300 livros.

4.2. $L(t) < 4$





Venderam-se menos de 4000 livros nos meses de Abril, Maio, Junho e Julho.

5.

5.1. 1º ano $1000 + 1000\times0{,}0144 = 1014{,}4$

2º ano $1014{,}4 + 1014{,}4 \times0{,}0144 = 1029{,}00736$

3º ano $1029{,}00736 + 1029{,}00736\times0{,}0144 = 1043{,}825066$

5.2. 1º ano $1000 + 1000\times0{,}0144 = 1000\times(1+0{,}0144) = 1000\times(1{,}0144)$

2º ano $1000\times(1{,}0144)+ 1000\times(1{,}0144)\times0{,}0144 = 1000\times(1{,}0144)^2$

…

n –ésimo ano $1000\times(1{,}0144)^n$

Logo a razão da p.g. é $r = \frac{1000\times(1{,}0144)2}{1000\times(1{,}0144)} = 1{,}0144$

5.3. José 1º ano $1000 + 50 = 1050$

2º ano $1000 + 50 + 50 = 1100$

…

10º ano $1000 + 10\times50 = 1500$

$b_n = 1000 + 50n$

João $1000\times(1{,}0144)^{10} = 1153{,}698706$

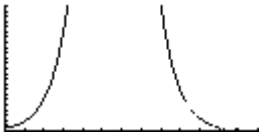
Quem tem mais capital ao fim de 10 anos é o José.

6.

6.1. $V(4) = \frac{210}{1+850e^{-1{,}2\times4}} = 26$ Venderam-se 26 000 revistas, no mês de Maio.

6.2. Não. Porque y = 210 é uma assímptota horizontal da função o que significa que as vendas não chegam aos 210 000 exemplares.

6.3.



A afirmação é falsa. Como a derivada da função é sempre positiva então a função v é estritamente crescente o que significa que não houve decréscimo nas vendas, apenas tendem a estabilizar.